3. Das Chancenungleichheitsmaß (CUG)

In Abschnitt 6 wurden verschiedene Konzepte der Chancengleichheit diskutiert. Eines von diesen geht davon aus, daß Chancengleichheit genau dann realisiert ist, wenn die Chancen gleichartig in den verschiedenen Gruppen verteilt sind. Im folgenden wollen wir nur noch in diesem Sinne von Chancengleichheit sprechen. Für dieses Konzept wurde ein Maß (CUG) entwickelt. Hier soll nun beschrieben werden, wie es berechnet wird, welche Populations- bzw. Stichprobeneigenschaften es hat und was uns veranlaßt hat, nicht etwa ein übliches Maß wie den c-Koeffizienten oder einen andern Assoziationskoeffizienten zu verwenden.

In einem ersten Schritt wollen wir versuchen, die Ausgangslage etwas exakter zu fassen: gegeben sind verschiedene Chancen c_j $(j = 1, \ldots, J)$; für die verschiedenen Gruppen g_i $(i = 1, \ldots, I)$ ergibt sich eine Verteilung der Chancen:

$$(1)\qquad \begin{array}{lllll} & c_1 & c_2 & \cdots & c_J \\ g_1 & p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1J} \quad p_{1.} \\ g_2 & p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2J} \quad p_{2.} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ g_I & p_{I1} & p_{I2} & \cdots & p_{IJ} \quad p_{I.} \end{array}$$

$$\text{wobei } \sum_{j=1}^{J} p_{ij} = 1 \text{ und ebenfalls } \sum_{i=1}^{I} p_{i.} = 1$$

p_{ij} kann damit interpretiert werden als die bedingte Wahrscheinlichkeit, daß ein Element aus der i-ten Gruppe die j-te Chance hat, bzw. als relative Häufigkeit.

$p_{i.}$ wollen wir im Folgenden als Randverteilung bezeichnen;

Das Konzept der Chancen-Gleichheit besagt nun, daß Chancengleichheit genau dann gegeben ist, wenn gilt:

$$(2)\qquad p_{1j} = p_{2j} = \ldots = p_{Ij} \qquad \text{für alle } j;$$

Chancen-Ungleichheit ist gegeben, falls die Verteilungen von dieser Bedingung (2) abweichen. Diese Abweichungen können mehr oder weniger groß sein, sodaß man von mehr oder weniger großer Chancenungleichheit sprechen kann. Dabei ist es nicht nötig, eine Richtung der Abweichung zu berücksichtigen; es geht nur darum, das Ausmaß dieser Abweichung in dem Maß zu berücksichtigen, das zu konstruieren ist. Die Abweichungen der Verteilungen voneinander können damit als Maß für Chancenungleichheit verwendet werden. Falls (2), also Chancengleichheit gegeben ist, gibt es keine Abweichungen voneinander. Es gäbe nun verschiedene Möglichkeiten, diese Abweichungen zu berechnen. Wir haben uns vor allem aus Gründen der Interpretierbarkeit für absolute Differenzen entschlossen. Damit ergibt sich folgende Formel als Maß für die Abweichungen der Verteilungen voneinander:

$$(3)\qquad ABWT = \sum_{i=1}^{I} \sum_{k=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} / p_{ij} - p_{kj} /$$

Man sieht leicht, daß gilt:

$$(4)\qquad ABWT = 2 \cdot ABW \text{ wobei } ABW = \sum_{i=1}^{I-1} \sum_{k>i}^{I} \sum_{j=1}^{J} / p_{ij} - p_{kj} /$$

$$(5)\qquad ABWT = ABW = 0, \qquad \text{falls (2) erfüllt ist.}$$

Zudem kann ABWT nicht von der Randverteilung abhängen, da ABWT auf Grund der bedingten Wahrscheinlichkeiten berechnet wird. Wohl aber hängt ABWT von I und J ab. Daher ist es vorteilhaft, eine Nomierung einzuführen, und zwar so, daß für ein System von I Verteilungen mit J Chancen der maximale Wert berechnet wird und ABWT durch dieses Maximum dividiert wird. Damit wird zudem erreicht, daß ein Wert erzeugt wird, der zwischen 0 und 1 variiert:

$$(6)\qquad ABW_{normiert} = ABWT/ABWT_{max.} = ABW/ABW_{max} \qquad (\text{wegen } (4))$$

Für das CUG-Maß wurde in Abschnitt 6 gefordert, daß es zwischen 0 und 100 variiert:

$$(7)\qquad CUG = 100 \cdot ABWT/ABWT_{max.} = 100 \cdot ABW/ABW_{max.}$$

Damit ist das CUG-Maß interpretierbar als Prozent Chancenungleichheit an der maximal möglichen Chancenungleichheit, unter der Voraussetzung der Operationalisierung von Chancenungleichheit durch die Abweichungen der Verteilungen voneinander.
Zur Bestimmung des Maximums werden folgende Sätze benötigt:

Satz 1

$$(8)\qquad ABW = \sum_{j=1}^{J} \left((I-1)(p_{(1)j} - p_{(I)j}) + (I-3)(p_{(2)j} - p_{(I-1)j}) + \ldots + L\right),$$

wobei $p_{(i)j}$ das i-t größte Element der j-ten Spalte in (1) bedeutet;

$$(9)\qquad L = I/2\,(p_{(I/2)j} - p_{(I/2+1)j}) \qquad \text{für I: gerade}$$

$$(10)\qquad L = (I+1)/2\,(p_{((I-1)/2)j} - p_{((I+3)/2)j}) \qquad \text{für I: ungerade}$$

Beweis: Daß man die Werte p_{ij} der Größe nach ordnen kann für jede Spalte von (1), ohne den Wert ABW zu verändern, sieht man leicht; für jede Spalte ergibt ABW_j:

$$\begin{aligned} ABW_j &= \sum_{i=1}^{I-1} \sum_{k>i}^{I} |p_{(i)j} - p_{(k)j}| = \qquad (\text{da } p_{(i)j} \geqq p_{(k)j}) \\ &= \sum_{i=1}^{I-1} \sum_{k>i}^{I} (p_{(i)j} - p_{(k)j}) = \sum_{i=1}^{I-1} \sum_{k>i}^{I} p_{(i)j} - \sum_{i=1}^{I-1} \sum_{k>i}^{I} p_{(k)j} \\ &= \sum_{i=1}^{I-1} (I-i) p_{(i)j} - \sum_{i=2}^{I} (i-1) p_{(i)j} \end{aligned}$$

$$(11)\qquad = \sum_{i=1}^{I} (I - 2i + 1) p_{(i)j} =$$

$$(\text{da } I - 2i + 1 = -(I - 2(I + 1 - i) + 1))$$

$$\text{für gerade } I \quad = \sum_{i=1}^{I/2} (I - 2i + 1)(p_{(i)j} - p_{(I+1-i)j})$$

$$\text{für ungerade } I = \sum_{i=1}^{(I-1)/2} (I - 2i + 1)(p_{(i)j} - p_{(I+1-i)j})$$

Da $ABW = \sum_{j=1}^{J} ABW_j$, ist alles bewiesen.

Satz 2

$ABW_{max} = I(I-1) + a(J(a+1) - 2I)$
Falls $I \geqq J : ABW_{max} = I(I-1)$;
wobei $a = (I-b)/J$ und $b = \mathrm{mod}(I, J)$

Beweis:

Nach (11) gilt: $ABW = \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} (I + 1 - 2i) p_{(i)j}$

Das Maximum für ABW zu finden, besteht nun darin, jene $p_{(i)j}$ auszumachen, für die ABW maximal wird unter den Randbedingungen:

$0 \leqq p_{(i)j} \leqq 1$ und damit $0 \leqq \sum_{j=1}^{J} p_{(i)j} \leqq J$.

$$ABW = \sum_{i=1}^{L} (I + 1 - 2i) \sum_{j=1}^{J} p_{(i)j} + \sum_{i=L+1}^{I} (I + 1 - 2i) \sum_{j=1}^{J} p_{(i)j}$$

Sei $L = I/2$ für I gerade, $L = (I-1)/2$ sonst; dann ist dieser Summandenteil negativ. Um ein Maximum für ABW zu erhalten, setzt man alle $p_{(i)j}$ des 2. Summenteils gleich null. Es bleibt damit der erste Summandenteil:

$$\sum_{i=1}^{L} (I + 1 - 2i) \sum_{j=1}^{J} p_{(i)j} = (I+1)I - 2 \cdot \sum_{i=1}^{L} i \sum_{j=1}^{J} p_{(i)j}$$

$$\left(\text{wegen } I = \sum_{i=1}^{L} \sum_{j=1}^{J} p_{(i)j}\right)$$

Es geht nun darum, den negativen zweiten Teil der obigen Formel zu minimieren, um so das Maximum für ABW zu erhalten. Man sieht, daß dieser Teil dadurch minimal wird, daß man sukzessiv die größtmöglichen Werte für $\sum_{j=1}^{J} p_{(i)j}$ einsetzt; dies ist aber wegen der Randbedingung höchstens J; dies kann so lange fortgesetzt werden (a mal), bis nur noch der Rest (I–aJ) gesetzt werden kann. Somit erhält man als ABW_{max}:

$$(I+1)I - 2\left(\sum_{i=1}^{a} iJ + (a+1)(I - aJ)\right) =$$

$$= I(I-1) + a(J(a+1) - 2I)$$

$$\text{Falls } I = J, \text{ ist } a = 1: ABW_{max} = I(I-1) + 1(2I - 2I) = I(I-1)$$
$$I \leqq J, \text{ ist } a = 0 \; ABW_{max} = I(I-1) + 0$$

wzzw.

Damit sind die Überlegungen zur Berechnung des CUG-Maßes abgeschlossen. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden nur Maße mit $I \leq J$ berechnet; doch des möglichen allgemeineren Interesses für dieses Maß wegen schien es uns sinnvoll, die Formeln für beliebige I und J abzuleiten.
In einem angewandten, inhaltlichen Text ist es angebrachter, so glauben wir zumindest, Maßzahlen zu verwenden, von denen ihres Verbreitungsgrades wegen angenommen werden darf, daß der Leserkreis mit ihnen vertraut ist. Es wurde schon in Abschnitt 6 diskutiert, daß zumindest grundsätzlich eine Operationalisierung der Chancengleichheit über Zusammenhangsmaße denkbar wäre, allerdings würden solche Maße nicht unabhängig von der Gruppengröße, bzw. Randverteilung sein. Dies kann gezeigt werden durch ein Beispiel. Es werden dabei nur die Randverteilungen variiert, die bedingten Wahrscheinlichkeiten bleiben gleich:

g_1	.10	.30	.60	N=1000
g_2	.60	.30	.10	
	c_1	c_2	c_3	

	Randverteilungen		
Koeffizienten	$p_{1.} = .50$ $p_{2.} = .50$	$p_{1.} = .90$ $p_{2.} = .10$	$p_{1.} = .95$ $p_{2.} = .05$
Produkt-Moment-Korrelationsk.	–.60	–.41	–.31
c-Koeffizient	.51	.40	.32
Lambda.	.33	.11	.07
Lambda	.50	.00	.00
Chi-Quadrat	357.	191.	115.
CUG-Maß	50.	50.	50.

In dieser Tabelle haben wir einige Zusammenhangsmaße zusammengestellt, von denen wir annehmen dürfen, daß sie einen weiten Bekanntheitsgrad haben. Wir wollen jetzt allerdings nicht im einzelnen diskutieren, inwiefern diese eine mehr oder weniger guter Operationalisierung des Chancengleichheitskonzepts wären. Eines aber zeigt dieses Beispiel. Falls man sich wünscht, ein Maß zu haben, das von der Randverteilung nicht abhängen soll, können diese Maße keine Verwendung finden. Das CUG-Maß ist jedoch unverändert für alle Randverteilungen (50), es wurde nur aus Vergleichsgründen mit anderen Maßen mit in die Tabelle eingefügt.
Die Überlegungen zur Berechnung sind für das Sample wie die Population anwendbar. Wir wollen nun kurz einige Sampleeigenschaften behandeln, wobei wir dabei von unendlichen Populationen ausgehen. Es werden einfache Zufallsstichproben gezogen aus I multinomial verteilten Populationen. Dabei ist:

$$n = \sum_{i=1}^{I} n_i; \qquad n_i = \text{Stichprobengröße für das i-te Sample.}$$

Es ist bekannt (siehe WILKS), daß gilt:

(12) $E(\widehat{p_{ij}}) = p_{ij}$ für alle i, j

(13) $p_{ij} = \operatorname{plim}_{n_i \to \infty} \widehat{p_{ij}}$ für alle i, j

d.h.: die p_{ij} können erwartungstreu und konsistent geschätzt werden. Das $\widehat{CUG}$ ist ebenfalls ein konsistenter Schätzwert für das Populations-CUG, da $\widehat{CUG}$ die Summe über die absoluten Differenzen dieser konsistenten Schätzwerte ist mit c als einer Konstante wie im Populations-CUG. Es muß allerdings nicht erwartungstreu sein:

$$E(CUG) = E(c. \sum\sum\sum / \widehat{p_{ij}} - \widehat{p_{kj}} /) = c. \sum\sum\sum E / \widehat{p_{ij}} - \widehat{p_{kj}} / \geqq$$

(wegen

$$E/X/ \geqq /E(X)/) \geqq c. \sum\sum\sum / E(\widehat{p_{ij}} - \widehat{p_{ki}}) / = c. \sum\sum\sum / p_{ij} - p_{kj} / =$$

$$= CUG; \text{ dabei ist } c = 100/ABW_{max}.$$

Mit Hilfe von Simulationsrechnungen wurde nun untersucht, ob der Bias erheblich ist. Es ergab sich, daß bei Stichprobengrößen vom Umfang der vorliegenden Untersuchung der Bias vernachlässigbar ist. Der Bias des CUG ist vergleichbar mit dem Bias des C-Koeffizienten, der ja ebenfalls nur ein konsistenter Schätzer ist (siehe KENDALL & STUART). Da die Stichprobenverteilung des CUG-Maßes auch für den Fall nicht bekannt ist, daß die Samples aus der gleichen Population gezogen wurden, war es auch dafür angebracht, Simulationsrechnungen durchzuführen, um wenigstens grobe Anhaltspunkte etwa für einen Test: CUG = 0 zu erhalten. Es wurde dabei ein $\alpha = .05$ zugrunde gelegt (einseitiger Test). Der kritische Wert hängt dabei natürlich von den Parametern der multinominalen Verteilung und von der Stichprobengröße ab.

Um die Simulationsergebnisse für diesen kritischen Wert in einfacher Form mitteilbar zu machen, suchten wir nach einer Faustregel. Als solche ergab sich für Verteilungen, die denen unserer Untersuchung ähnlich sind: der kritische Wert: $CUG_{.05} \leqq r_{.01} \cdot 100$, wobei $r_{.01}$ der kritische Wert für den Test des Produkt-Momentkorrelationskoeffizienten $\varrho \leqq 0$ ist. Diese grobe Annäherung kann zwar das exakte Wissen über die Sampleverteilung nicht ersetzen, aber immerhin die Beurteilung der Gesichertheit eines Ergebnisses etwas verbessern.

WILKS, S. S.: Mathematical Statistics. New York 1962

KENDALL, M. & STUART, A.: Advanced Theory of Statistics (Band 3). London 1968

Literaturverzeichnis

ALBRECHT-HEIDE, A.: Entfremdung statt Emanzipation. Sozialisationsbedingungen des zweiten Bildungsweges. Frankfurt a. M. 1974.

ANALYSEN: Bangemachen gilt nicht. Zeitschrift für Wissenschaft- und Berufspraxis, 5. Jahrgang, Heft Nr. 3, März 1975, S. 25–27.

AURIN, K.: Ermittlung und Erschließung von Begabungsreserven im ländlichen Raum. Untersuchung zur Bildungsberatung in Baden-Württemberg in den Landkreisen Tauberbischofsheim und Künzelsau. (Bildung in neuer Sicht. Schriftenreihe des Kultusministeriums Baden-Württemberg zur Bildungsforschung, Bildungsplanung, Bildungspolitik, Reihe A, Nr. 4). Villingen 1966.

BAUER, A.: Ein Verfahren zur Messung des für Bildungsverhalten relevanten Status — BRSS —. Deutsches Institut für Internationale pädagogische Forschung. Frankfurt/Main 1972.

BURT, C.: Intelligence and social mobility. British Journal of Statistical Psychology, 1961, 14, S. 3–24.

BERNHARDT, M., BÖTTIGER, M., VAN HOLST, H. D., KACZENSKI, G., WEIGELT, K. G.: Zielsetzungen der integrierten Gesamtschule und ihre Realisierungschancen – untersucht am Beispiel der Ernst-Reuter-Schule, Gesamtschule in der Nordweststadt. Unveröffentlichtes Manuskript. Frankfurt a. M. 1973.

BLOOM, B. S.: Stabilität und Veränderung unterschiedlicher Merkmale. Weinheim 1971. Originalausgabe: Stability and Change in Human Characteristics. New York, London, Sydney, 1964.

BOURDIEU, P., PASSERON, J. C.: Die Illusion der Chancengleichheit. Stuttgart 1971.

CATTELL-WEISS: Grundintelligenztest CFT 3, Skala 3. Stuttgart 1971.

CLARK, B. R.: The „Cooling-Out" function in Higher Education. In: Pavalko, R. M., (Hrsg.): Sociology of Education. Itosca, I., 1968, S. 139–150.

COMBE, A.: Gesamtschule. In: Keim, W., (Hrsg.): Gesamtschule. Bilanz ihrer Praxis. Hamburg 1973, S. 44–53.

COLEMAN, S. J., et al.: Equality of Educational Opportunity. Washington: US Government Printing Office 1966.

COLEMAN, J.: The concept of equality of educational opportunity. Harvard Educational Review, 38, 1968, S. 7–22.

COLEMAN, J. S.: What is meant by an Equal Educational Opportunity? Oxford Review of Education, Vol. 1, 1975, S. 27–29.

COMBER, L. C., KEEVES, J. P.: Science Education in Nineteen Countries. An Empirical Study. New York 1973.

DAHLLÖF, U.: Rahmenfaktoren und zielerreichendes Lernen. In: Edelstein, W., Hopf, D., (Hrsg.): Bedingungen des Bildungsprozesses. Stuttgart 1973, S. 271–284.

DAHRENDORF, R.: Bildung ist Bürgerrecht – Plädoyer für eine aktive Bildungspolitik. Hamburg 1965.

DEUTSCHER BILDUNGSRAT: Einrichtung von Schulversuchen mit Gesamtschulen. Empfehlungen der Bildungskommission, 1969, 3. Aufl. 1973.

DEUTSCHER BILDUNGSRAT: Zur Neuordnung der Sekundarstufe II. Konzept für eine Verbindung von allgemeinem und beruflichem Lernen. Empfehlungen der Bildungskommission 1974.

DEUTSCHER BILDUNGSRAT: Zur Neugestaltung der Abschlüsse im Sekundarschulwesen. Empfehlungen der Bildungskommission 1969.

DEUTSCHER BILDUNGSRAT: Strukturplan für das Bildungswesen. Empfehlungen der Bildungskommission. Stuttgart 1970.

DEUTSCHER BILDUNGSRAT: Bericht '75. Entwicklungen im Bildungswesen. 1975.

DEUTSCHER PHILOLOGENVERBAND: Die pädagogische und gesellschaftliche Verantwortung